DOI 10.54220/v.rsue.1991-0533.2022.78.2.028

Н. Ю. Мисиченко, П. В. Николенко,
Н. А. Рутта, Е. Н. Тищенко

ОБ ОДНОВРЕМЕННОМ ВЫХОДЕ НА ЗАДАННЫЙ УРОВЕНЬ ФОНДОВООРУЖЕННОСТИ ГРУППЫ ОБЪЕКТОВ В КРАТЧАЙШЕЕ ВРЕМЯ

Аннотация

В модели «инвестиции-потребление» рассматривается группа объектов, каждый из которых имеет свой закон роста фондовооруженности. Изучается вопрос об одновременном выходе на заданный уровень фондовооруженности в кратчайшее время, при условии, что для достижения этой цели выделена заданная сумма. Каждый из объектов получает свою долю суммы в виде финансового потока, ограниченного сверху величиной — предельной способностью к поглощению инвестиций. В предположении выполнения некоторых условий согласования между начальной и финальной фондовооруженностью и выделенной суммой установлено, как следует поделить указанную сумму между объектами и в виде какого финансового потока каждый из объектов получит свою долю, чтобы поставленный вопрос был решен.

Ключевые слова

Производственная функция, фондовооруженность, коэффициент амортизации, принцип максимума Понтрягина.

N. Yu. Misichenko, P. V. Nikolenko,
N. A. Rutta, E. N. Tischenko

ABOUT SIMULTANEOUS ACCESS TO GIVEN LEVEL OF STOCK-WEIGHT OF GROUP OF OBJECTS IN SHORTEST POSSIBLE TIME

Annotation

In «investment-consumption» model, group of objects is considered, each of which has its own law of growth of capital ratio. Issue of simultaneous access to given level of capital strength in shortest possible time is being studied, provided that given amount is allocated to achieve this goal. Each of objects receives its share of amount in form of a financial flow, limited from above by amount — marginal ability to absorb investments. Assuming that certain conditions of agreement between the initial and final capital and allocated amount are met, it is established how the specified amount should be divided between objects and in form of what financial flow each of objects will receive its share so that issue is resolved.

Keywords

Production function, capital ratio, depreciation coefficient, Pontryagin maximum principle.

Введение

В модели «инвестиции-потребление» динамика фондовооруженности подчинена закону [1, с. 312]:

$$\dot{x}=sf(x)-\mu x,$$

здесь x — фондовооруженность;
$\dot{x}$ — производная по времени;
f — производственная функция;
$f(x)$ — стоимость, произведенная в единицу времени одним работающим;

s — доля произведенной стоимости, которая возвращается в производство в виде инвестиций;

μ — коэффициент амортизации фондов.

Рассмотрим группу объектов, каждый со своим законом динамики:

$$\dot{x}_i = s_i f_i(x_i) - \mu_i x_i = F_i(x_i),$$

где i =1,2,…,n.

На момент времени нуль фондовооруженность составляет величину $x^0 = (x_1^0, x_2^0, .., x_n^0)$, требуется, чтобы за кратчайшее время фондовооруженность достигла значений $x^1 = (x_1^1, x_2^1, .., x_n^1)$. Для этого в дополнение к собственным инвестициям $s_i f_i(x_i)$ выделена сумма S, которая поступает на объект с номером i в виде финансового потока $u_i(t)$. Так, что уравнение динамики для x_i приобретает вид:

$$\dot{x}_i = F_i(x_i) + u_i(t),$$

причем $u_i(t) \in [0, p_i]$, где p_i — предельная способность к поглощению инвестиций. Таким образом, выполняется условие

$$\int_0^{t_1} (u_1(t) + u_2(t) + .. + u_n(t),)dt = S,$$

где t_1 момент завершения процесса, то есть это такое t, для которого $x_1(t_1) = x_1^1, x_2(t_1) = x_2^1, .. x_n(t_1) = x_n^1$.

Требуется определить функции u_i так, чтобы t_1 оказалась минимальной.

Предполагается, что f_i обладает обычными свойствами производственных функций:

$$f_i' > 0, f_i'' < 0,$$
$$\lim_{x \to 0} f_i'(x) = \infty, \lim_{x \to \infty} f_i'(x) = 0.$$

Предполагаем также, что интервал (x_i^0, x_i^1) содержит $\widetilde{x_i}$ — точку максимума функции F_i. Если это условие не выполнено, то ответ на поставленный вопрос легко усматривается из нижеизложенного. Отметим, что предельная сумма, которую может получить объект с номером i есть либо $S_i^0 = 0$, либо $S_i^1 = p_i \int_{x_0^i}^{x_1^i} \frac{dx}{F_i(x) + p_i}$. Величину S_i^1 объект с номером i получает, если $u_i = p_i$ в течение всего времени движения x_i от x_i^0 до x_i^1. Ясно, если для некоторых i, j выполняется неравенство $\int_{x_0^i}^{x_1^i} \frac{dx}{F_i(x) + p_i} > \int_{x_0^j}^{x_1^j} \frac{dx}{F_j(x)}$, которое означает, что x_i проходит свой путь при максимальной сумме медленнее, чем x_j свой путь при нулевой сумме, то задача неразрешима. Таким образом, ясно, что для разрешимости задачи между величинами x_i^0, x_i^1, S должны выполняться некоторые соотношения. Будем говорить, что для задачи выполнены условия согласования, если решение существует, и ни одному из объектов не потребовалась предельная сумма. Далее будем предполагать, что условия согласования выполнены.

Материалы и методы

Для краткости в этом и следующем пункте предполагаем, что n=2. В общем случае рассуждения аналогичны. Запишем задачу как задачу управления.

Задача управления. Введем переменную x_3, полагается $\dot{x}_3 = u_1 + u_2$. Тогда задаче можем придать следующий вид

$$\begin{cases} t_1 \to min \\ \dot{x}_1 = F_1(x_1) + u_1 \\ \dot{x}_2 = F_2(x_2) + u_2 \\ \dot{x}_3 = u_1 + u_2 \\ x_1(0) = x_1^0, x_1(t_1) = x_1^1 \\ x_2(0) = x_2^0, x_2(t_1) = x_2^1 \\ x_3(0) = 0, x_3(t_1) = S \\ 0 \le u_1 \le p_1, 0 \le u_2 \le p_2 \end{cases} \quad (1)$$

Исследуем полученную задачу с помощью принципа максимума Понтрягина [1, 2].

Результаты

Составим функцию Понтрягина

$$H = \psi_1(F_1(x_1) + u_1) + \psi_2(F_2(x_2) + u_2) + \psi_3(u_1 + u_2)$$
$$= \psi_1 F_1(x_1) + \psi_2 F_2(x_2) + (\psi_1 + \psi_3)u_1 + (\psi_2 + \psi_3)u_2. \quad (2)$$

и сопряженную систему

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = -\psi_1 F_1'(x_1) \\ \dot{\psi}_2 = -\psi_2 F_2'(x_2). \\ \dot{\psi}_3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Если (x, u) оптимальный процесс, то, согласно принципу максимума, найдется нетривиальное решение ψ сопряженной системы, такое что при всех t

$$H\big(\psi(t), x(t), u(t)\big) \ge H(\psi(t), x(t), v), \quad (4)$$

где $x = (x_1, x_2)$, $\psi = (\psi_1, \psi_2), u = (u_1, u_2)$, $v = (v_1, v_2)$, $v_1 \in [0, p_1]$,

$v_2 \in [0, p_2]$. Кроме того, в заключительный момент выполнено условие неотрицательности $H(\psi(t_1), x(t_1), u(t_1)) \geq 0$. Из условий (3) следует, что ψ_3 равно константе А, величины ψ_1, ψ_2 сохраняют знак. Из (2) и (4) следует, что

$$u_1 = \begin{cases} p_1, \text{если } \psi_1 > -A \\ 0, \text{если } \psi_1 < -A \end{cases}$$
$$u_2 = \begin{cases} p_2, \text{если } \psi_2 > -A \\ 0, \text{если } \psi_2 < -A \end{cases}$$

Поскольку выполнены условия согласования, как u_1, так и u_2 обеспечивают наискорейшее перемещение x_1 к x_1^1, а x_2 к x_2^1, откуда следует неравенство $A < 0$, [3, 4].

О числе точек переключения. Точки разрыва управления u называют точками переключениями. Рассмотрим первую компоненту u_1 управления u. Отметим, что в силу монотонности x_1 функция $F_1'(x_1)$ может принимать нулевое значение лишь в изолированных точках и, следовательно, ψ_1 убывает пока $x_1 < \tilde{x}_1$ и возрастает при $x_1 > \tilde{x}_1$.

Пусть $(\hat{t}_0, \hat{t}_1)$ интервал максимальной длины, на котором $u_1 = 0$, предположим, что $0 < \hat{t}_0$, $\hat{t}_1 < t_1$. Обозначим $\hat{x}_0 = x_1(\hat{t}_0), \hat{x}_1 = x_1(\hat{t}_1)$, тогда $\hat{t}_0$, $\hat{t}_1$ точки переключения и $\hat{x}_0 < \tilde{x}_1$, $\hat{x}_1 > \tilde{x}_1$. Кроме того, поскольку система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1) \\ \dot{\psi}_1 = -\psi_1 F_1(x_1) \end{cases}$$

является гамильтоновой с функцией $H = \psi_1 F_1(x_1)$, функция H — константа вдоль решения и, следовательно, $F_1(\hat{x}_0) = F_1(\hat{x}_1)$. Таким образом, если $u_1 = 0$ пока x_1 меняется от $\hat{x}_1^0$ до $\hat{x}_1^1$, то либо один из концов отрезка $[\hat{x}_1^0, \hat{x}_1^1]$ совпадает с одним из концов $[x_1^0, x_1^1]$, либо $F_1(x_1^0) = F_1(x_1^1)$.

Аналогично, если $u_2 = 0$ пока x_2 меняется от $\hat{x}_2^0$ до $\hat{x}_2^1$, то на отрезке $[\hat{x}_2^0, \hat{x}_2^1]$ верно такое же утверждение.

Обсуждение

Вычисление функций $u_i, i = 1, \dots, n$. Для вычисления функций u_i воспользуемся тем, что в момент t_1 величины x_i занимают положения x_i^1, а также тем, что затраченная сумма равна *S*.

Напомним, что $\bar{A}$ обозначает дополнение множества А.

Если $\dot{x} = v(x)$ $(v > 0)$, то время перемещения x от x_0 до x_1 составляет величину $\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{v(x)}$. Учитывая это, получаем систему

$$\begin{cases} \int\limits_{[\hat{x}_1^0, \hat{x}_1^1]} \frac{dx}{F_1(x)} + \int\limits_{\overline{[\hat{x}_1^0, \hat{x}_1^1]}} \frac{dx}{F_1(x) + p_1} = \int\limits_{[\hat{x}_i^0, \hat{x}_i^1]} \frac{dx}{F_i(x)} + \int\limits_{\overline{[\hat{x}_i^0, \hat{x}_i^1]}} \frac{dx}{F_i(x) + p_i} \\ p_1 \int\limits_{\overline{[\hat{x}_1^0, \hat{x}_1^1]}} \frac{dx}{F_1(x) + p_1} + \dots + p_n \int\limits_{\overline{[\hat{x}_n^0, \hat{x}_n^1]}} \frac{dx}{F_n(x) + n} = S \end{cases}, \quad (5)$$

где $i = 2, \dots, n$, из которой искомые величины определяются однозначно.

Установлена теорема.

Теорема. Если (*x*,*u*) оптимальный процесс, то каждая компонента управления u имеет не более двух точек переключения. Значения *x*, которые соответствуют моментам переключения, определяются из условий (5).

Выводы

Для заданного суммарного объема инвестиций их распределение определяется единственным образом так, чтобы каждый объект вышел на требуемый уровень фондовооруженности наискорейшим образом.

Библиографический список

1. *Ашманов, С. А.* Введение в математическую экономику. — М., 1984.

2. *Николенко, П. В.* Непрерывные математические модели : учеб. пособие. — Ростов-на-Дону, 2014.

3. *Николенко, П. В., Савченко, Д. В.* Дополнительное инвестирование и динамика фондовооруженности в модели «инвестиции-потребление» // Информационные системы, экономика и управление : уч. зап. — Ростов-на-Дону, 2019. — С. 39–43.

4. *Николенко, П. В.* Оптимальная форма заемных средств в задаче о наис-

корейшем выходе на заданный уровень фондовооруженности // Вестник РГЭУ (РИНХ), 2020. — С. 157–163.

Bibliographic list

1. *Ashmanov, S. A.* Introduction to mathematical economics. — M., 1984.

2. *Nikolenko, P. V.* Continuous mathematical models : textbook. — Rostov-on-Don, 2014.

3. *Nikolenko, P. V., Savchenko, D. V.* Additional investment and dynamic of capital-to-labor ratio in «investment-consumption» model // Information systems, economics and management : collected articles. — Rostov-on-Don, 2019. — P. 39–43.

4. *Nikolenko, P. V.* Optimal form of borrowed funds in problem of fastest exit to a given level of capital-to-labor ratio // Vestnik of RSUE (RINH). — 2020. — № 1 (69). — P. 163.

DOI 10.54220/v.rsue.1991-0533.2022.52.75.029

С. С. Морковина, А. В. Иванова

МЕТОД ОЦЕНКИ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПРОЕКТОВ НА БАЗЕ РАСЧЕТА УГЛЕРОДОЕМКОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ЗАТРАТ

Аннотация

В статье рассмотрен метод оценки эффективности инвестирования в лесные климатические проекты, раскрыта сущность, содержание и представлен алгоритм определения коэффициента углеродоемкости инвестиционных затрат, который является индикатором эффективности мер по сокращению выбросов или увеличению поглощения парниковых газов, что подтверждено выполненными расчетами по лесохозяйственным мероприятиям, направленным на лесовосстановление и лесоразведение. Используя коэффициент углеродоемкости инвестиционных затрат, установлено, что лесохозяйственные мероприятия по лесовосстановлению и лесоразведению обладают инвестиционной привлекательностью при реализации проектов, направленных на увеличение поглощения / снижение выбросов CO^2 в региональных системах лесного хозяйства.

Ключевые слова

Инвестиции, углеродоемкость, климатические проекты, метод оценки.

S. S. Morkovina, A. V. Ivanova

METHOD FOR ASSESSING THE INVESTMENT ATTRACTIVENESS OF CLIMATE PROJECTS ON BASIS OF CALCULATION OF CARBON INTENSITY OF INVESTMENT COSTS

Annotation

Article considers a method for evaluating the effectiveness of investing in forest climate projects, essence, content and algorithm for determining the carbon intensity ratio of investment costs are disclosed, which is indicator of effectiveness of measures to reduce emissions or increase the absorption of greenhouse gases, which is confirmed by performed calculations for forestry activities aimed at reforestation and afforestation. Using the coefficient of carbon intensity of investment costs, it has been established that forest management activities for reforestation and afforestation have investment attractiveness in the implementation of projects aimed at increasing absorption / reducing CO^2 emissions in regional forestry systems.

Keywords

Investment, carbon intensity, climate projects, assessment method.